Document éduscol
« Le nombre au cycle 2 »

Le document Eduscol
« Le nombre au cycle 2 »

Animation du 25/01/2012

Document éduscol
« Le nombre au cycle 2 »

Sommaire du document

Une introduction et **5 parties**

Document éduscol
« Le nombre au cycle 2 »

Introduction, extraits.

Jean-Louis Durpaire / Marie Mégard

La liberté pédagogique induit une responsabilité.

Insister sur les problèmes, un apprentissage progressif qui **seul** permet de construire et **d'ancrer le sens des opérations**. (sens de l'activité dans un contexte)

La construction des « **automatismes** », comme **des raisonnements construits avec intelligence** et progressivement intériorisés.

Document éduscol
« Le nombre au cycle 2 »

Recherche.

Michel Fayol

Origines des difficultés des élèves :

- **Nom des nombres et transcodage**

  dix-sept = 17

- **Numération de position et usage du zéro**

  20010 → 210

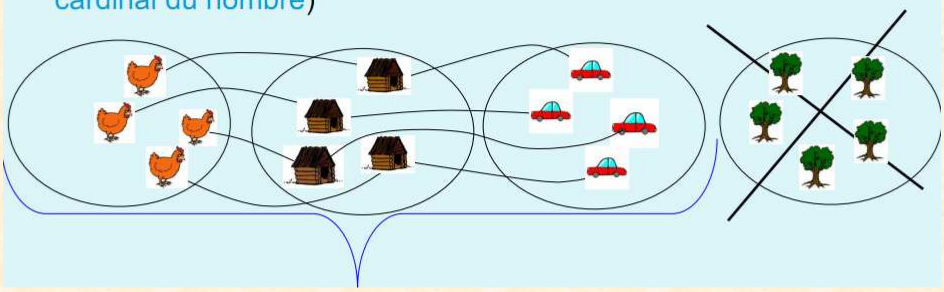
- **Mémorisation insuffisante des tables**

- **Compréhension des énoncés verbaux.**

Recherche.

Le passage au symbolique

- Le nombre entier permet d'indiquer une quantité (aspect cardinal du nombre)



Ces ensembles que l'on peut mettre en correspondance terme à terme ont quelque chose d'abstrait en commun :

Ils ont le même nombre d'objets.

Document éduscol
« Le nombre au cycle 2 »

Recherche.

Une première difficulté : le passage au symbolique

- ***La mise en correspondance des quantités* avec des** systèmes de symboles**, qu'il s'agisse de la suite orale des noms de nombres, des configurations de doigts, des abaques ou des chiffres arabes pose problème à tous les enfants.**
- **Les activités de dénombrement sont primordiales**

Document éduscol
« Le nombre au cycle 2 »

Recherche.

Une deuxième difficulté

- Le passage des transformations aux opérations.
- La capacité de compréhension des élèves est surestimée
- :

Paul a 3 billes et je lui en donne 4 → 3 + 4 = 7
« le fait de transcrire 3 + 4 = 7 n'assure en rien que l'addition est acquise. »

Document éduscol
« Le nombre au cycle 2 »

De tels énoncés sont souvent mal compris.

Jean avait des billes. Il en a perdu 18 à la récréation. Il lui en reste 27.
Combien en avait-il avant de commencer à jouer ?

Jean-Luc Brégeon

La soustraction

Paradoxalement, la difficulté principale de la véritable **compréhension du sens** de la soustraction provient du fait que **son sens premier est naturel**, accessible très tôt et très prégnant : quand on enlève, on soustrait.

La prégnance de ce premier sens rend plus difficile l'acceptation que la soustraction **recouvre d'autres sens** qui vont être indispensables pour maîtriser cette opération à la fin du cycle 2 puis au cycle 3.

Jean-Luc Brégeon

La soustraction

- A. ACCÉDER AUX DIFFÉRENTS SENS DE LA SOUSTRACTION
  - 1. Le sens « enlever ».
  - 2. Le sens « pour aller à ».
  - 3. Le sens écart.
- B. OPÉRER LE LIEN ENTRE LES TROIS SENS
- C. CALCULER AVEC LA SOUSTRACTION
  - 1. Le problème de l'écriture soustractive.
  - 2. Le calcul réfléchi.
  - 3. Une approche de la technique opératoire de la soustraction.
  - 4. Une démarche dans la résolution des problèmes de soustraction.
    - *1. Une lecture mathématique de l'énoncé*
    - *2. Une traduction numérique des relations mises en évidence*
    - *3. Une mise en œuvre du calcul.*
    - *4. Un retour à la situation initiale.*

Le sens « enlever »

Céline a 28 images.

Elle donne 3 images à sa sœur.

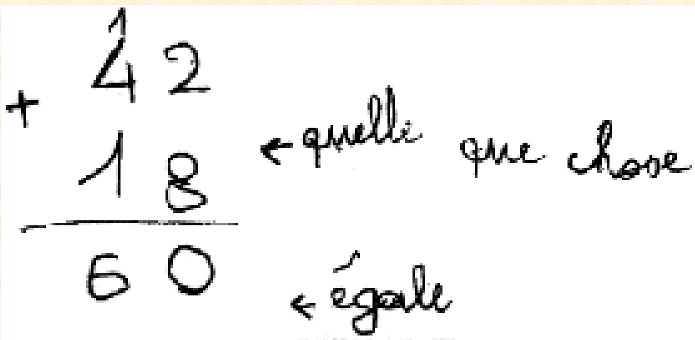
Combien lui en reste-t-il ?

Jean-Luc Brégeon

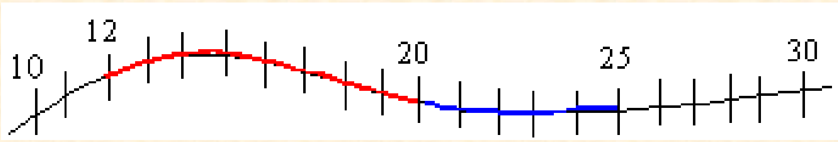
Le sens « pour aller à »

Stéphanie avait 42 images. Sa maman lui donne des images. Stéphanie a maintenant 60 images.

Combien d’images lui a donné sa maman ?



Le sens « pour aller à »



de 12 pour aller à 20 ⇨ 8

Le sens « écart »

Antoine a 13 images et Lucas a 28 images.
Qui a le plus d’images ?
Combien en a-t-il en plus ?

Il ne faut pas réduire le sens « écart » au sens « pour aller à ».
La caractéristique particulière de ce sens « écart », par rapport aux précédents, est sa commutativité : **l’écart entre A et B est aussi l’écart entre B et A**

Opérer les liens

• **Rendre conscients** ces sens différents et savoir **quel lien** les relie : **s'obliger à proposer différents types de problèmes**…

• Le sens écart a des **rapports étroits** avec le sens « pour aller à » : la liaison s'opère aisément.

• Par contre, le lien qui existe entre « A moins B » et « de A pour aller à B » est un **objet de savoir** qui doit avoir été découvert et expérimenté par les élèves puis utilisé dans les différents contextes de calcul.

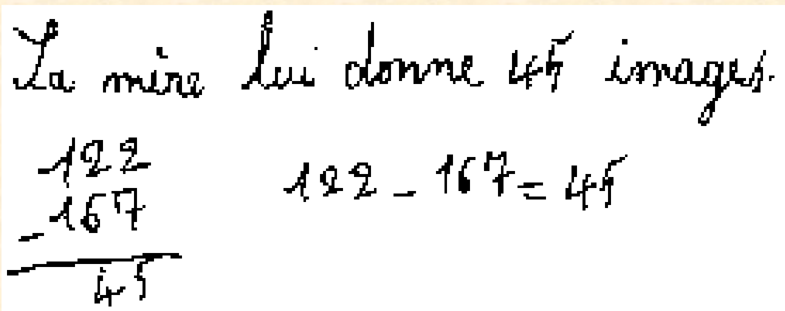
Jean-Luc Brégeon

Calculer avec la soustraction

L'écriture soustractive

Stéphanie avait 122 images. Sa maman lui donne des images. Maintenant, Stéphanie a 167 images.

Combien d'images lui a donné sa maman ?



Calculer avec la soustraction

Le calcul réfléchi

37 – 4 =

37 – 33 =

Calculer avec la soustraction

Une démarche dans la résolution
des problèmes de soustraction.

Julien a fait un bouquet de 94 fleurs.
Parmi ces fleurs, il y a 32 fleurs rouges et les autres sont jaunes.
Combien y a-t-il de fleurs jaunes ?

- *Une lecture mathématique de l'énoncé*
- *Une traduction numérique des relations mises en évidence*
- *Une mise en œuvre du calcul.*
- *Un retour à la situation initiale.*

Résumé

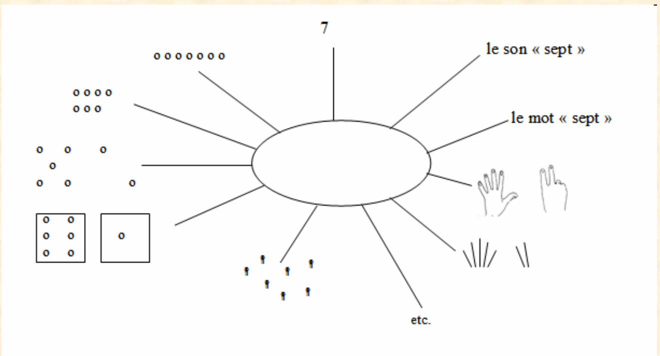
- Importance à accorder aux situations de **résolution de problèmes** et à la **conceptualisation des notions arithmétiques.**
- Développer l'apprentissage des **procédures :** échanges, variétés et **jusqu'à l'automatisation de certaines.**
- **Le calcul mental** est un des vecteurs à privilégier pour cet apprentissage.

Document éduscol
« Le nombre au cycle 2 »

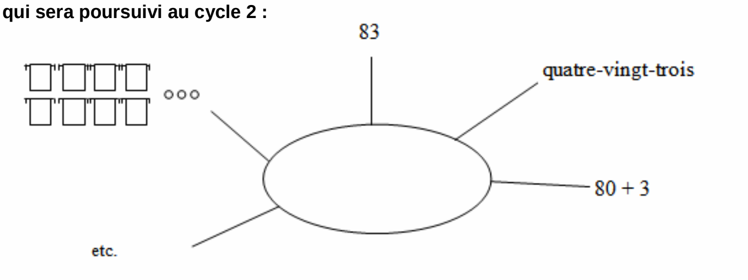
Quelques éléments relevés

- Alternance de séances courtes (10 min) et longues (30 min) en calcul mental.
- Activités pour le passage à la dizaine.
- Un livret dédié à l'écriture des nombres dès le CP.

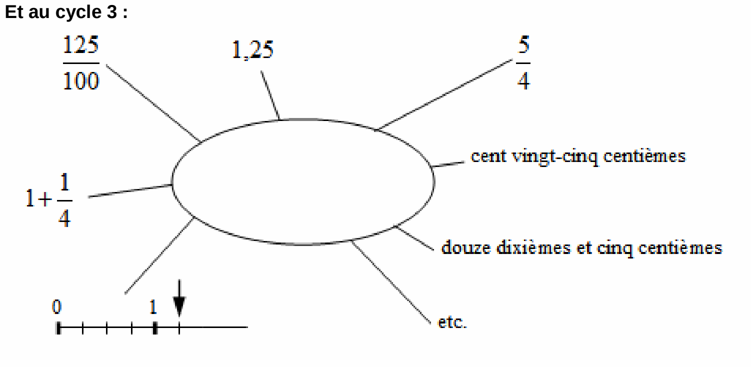
b) Faire comprendre qu'un nombre a plusieurs représentations et qu'il faut savoir passer d'une représentation à une autre



Ce qui sera poursuivi au cycle 2 :



Et au cycle 3 :



Document éduscol
« Le nombre au cycle 2 »

Quelques éléments relevés

- Page 23 : Exemple à méditer sur la complexité de **notre système oral.**

2 469 peut se représenter :

$2 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 9 \times 10^0$

MAIS 2 469 est dit :

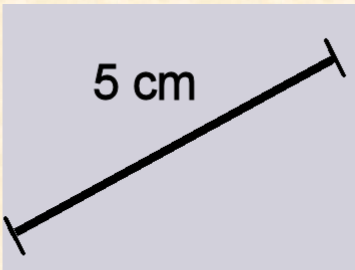
Deux mille quatre cent soixante-neuf

X + X + X ? + ? X ?

Document éduscol
« Le nombre au cycle 2 »

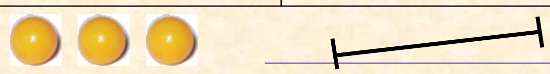
Quelques éléments relevés

- conséquences ordinal / cardinal sur les mesures : un tableau

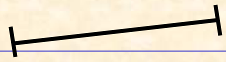


Mesurage d’une grandeur discrète	Mesurage d’une grandeur continue	*Contexte d'usage des nombres* **Difficultés rencontrées**
Comptage d’objets (ex : des billes) : **on compte**	Longueur (ex : un segment) : **on mesure**	
Les « **uns** » se voient : chaque bille.	Les « **uns** » ne se voient pas : un segment de 5 cm	Liées à la (*non)* perception des cinq unités (centimètres)

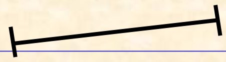
Mesurage d’une grandeur discrète	Mesurage d’une grandeur continue	*Contexte d'usage des nombres* **Difficultés rencontrées**
Comptage d’objets (ex : des billes) : **on compte**	Longueur (ex : un segment) : **on mesure**	
Les « **uns** » sont des entiers, ils ne fusionnent pas.	Les « **uns** » fusionnent (sans chevauchement, sans espacement).	Liées au matériel : les bandes de papier représentant les unités peuvent se chevaucher lors des manipulations des élèves.



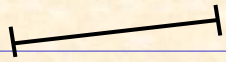
Mesurage d’une grandeur discrète	Mesurage d’une grandeur continue	*Contexte d'usage des nombres* **Difficultés rencontrées**
Comptage d’objets (ex : des billes) : **on compte**	Longueur (ex : un segment) : **on mesure**	
Le « **un** » est associé au pointage.	Le « **un** » est associé à un intervalle.	Erreur d’élève qui compte les graduations au lieu des intervalles.

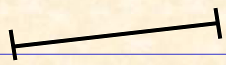
Mesurage d’une grandeur discrète	Mesurage d’une grandeur continue	*Contexte d'usage des nombres* **Difficultés rencontrées**
Comptage d’objets (ex : des billes) : **on compte**	Longueur (ex : un segment) : **on mesure**	
On commence à compter par 1.	On mesure, on repère à partir de 0.	Nombreuses erreurs de ce type.

Mesurage d’une grandeur discrète	Mesurage d’une grandeur continue	*Contexte d'usage des nombres* **Difficultés rencontrées**
Comptage d’objets (ex : des billes) : **on compte**	Longueur (ex : un segment) : **on mesure**	
On trouve toujours un nombre entier.	Le nombre n’est pas toujours entier : tolérance, **incertitude** de la mesure, mesure d’une grandeur continue.	Difficulté à donner une mesure approchée, non exacte. En fait, on obtient un **encadrement** de la mesure de la grandeur.

Mesurage d’une grandeur discrète	Mesurage d’une grandeur continue	*Contexte d'usage des nombres* **Difficultés rencontrées**
Comptage d’objets (ex : des billes) : **on compte**	Longueur (ex : un segment) : **on mesure**	
Accord entre le cardinal et l’ordinal	Le cardinal est en « retard » sur l’ordinal.	le nombre de graduations est supérieur de 1 à celui des intervalles : sur une règle graduée en cm, la graduation notée « douze » désigne l’entrée dans le treizième centimètre.

Mesurage d’une grandeur discrète	Mesurage d’une grandeur continue	*Contexte d'usage des nombres* **Difficultés rencontrées**
Comptage d’objets (ex : des billes) : **on compte**	Longueur (ex : un segment) : **on mesure**	
Il n’y a rien entre deux nombres.	Sur les instruments de mesure, **rien n’apparaît** entre 2 graduations-nombres.	Pourtant, il y a une infinité de longueurs de segments dont la mesure est comprise entre deux nombres.

Mesurage d’une grandeur discrète	Mesurage d’une grandeur continue	*Contexte d'usage des nombres* **Difficultés rencontrées**
Comptage d’objets (ex : des billes) : **on compte**	Longueur (ex : un segment) : **on mesure**	
Les unités ne se coupent pas.	Les unités peuvent se couper en sous-multiples ou en fractions.	Changement d’unités. Conversions.

Document éduscol
« Le nombre au cycle 2 »

Quelques éléments relevés

- Page 80 : importance des ordres de grandeur. Exemple :

Sur chaque ligne du tableau, choisis parmi les deux propositions, celle qui te paraît possible et entoure–la :

Un immeuble peut avoir pour hauteur	20 cm	20 m
Un crayon à papier peut avoir pour longueur	15 cm	15 m
Une bouteille de jus d'orange peut coûter	3 euros	3 centimes d'euro
Un vélo peut coûter	100 centimes d'euro	100 euros
Une vache peut peser	500 kilogrammes	500 grammes
Un ours en peluche peut peser	250 grammes	250 kilogrammes

Roland Charnay

Eléments sur la soustraction

D'après les travaux de Roland Charnay sur les programmes 2008

- Des **apprentissages supplémentaires introduits notamment au CE1**
- **C'est pour la soustraction qu'on trouve les modifications les plus importantes, sous la forme d'exigences jusque-là attendues au CE2.**

Roland Charnay

Eléments sur la soustraction

Ce qui impose :

- **Bonne maîtrise des résultats soustractifs.**

→ Travail simultané de l’addition et de la soustraction dès le début de l’entrée en numération au CP

Document éduscol
« Le nombre au cycle 2 »

Exemples sur la soustraction

- **Compter le nombre de doigts levés → compter le nombre de doigts baissés.**
- **Le prédécesseur et le suivant.**
- **Dire et écrire les nombres à l'endroit, à l'envers.**

Exemples sur la soustraction

- Comprendre le lien entre sur-comptage et différence (ou écart).
- Jeu de dé(s) dans lequel on "avance" ou on "recule« de x cases.

Exemples sur la soustraction

- Jeu « le compte est bon »

- Utiliser le calendrier pour trouver "combien de jours..." (lien ordinal / cardinal)

Roland Charnay

Exemples sur la soustraction

- **Faire des collections (**classes d'équivalence**) des différentes écritures d'un même nombre (**additives et soustractives**)**
- **A l'intérieur de ces classes, <u>repérer</u> :**
  - **- les décompositions "spéciales" : avec 5, 10, 20...**
  - **- les doubles**
  - **- les nombres consécutifs**

Dominique Pernoux

Mise en place d'une technique

1- Méthode par « cassage »

Exemple de soustraction avec retenue

« Méthode par cassage »

(L'objectif de cette présentation est uniquement de rappeler <u>à l'enseignant</u> ce qu'on fait quand on pose une soustraction)

Jean a 62 € :

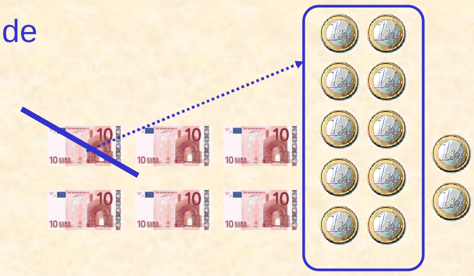
Jean doit donner 38 € à Paul.

Combien restera-t-il d'argent à Jean ?

	6	2
-		
	3	8
		?

Jean va faire de la monnaie.

Jean a 62 € :

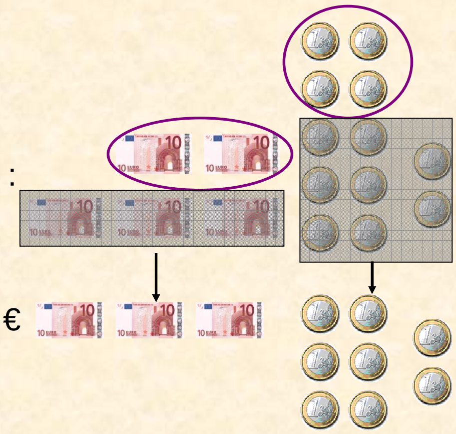


Jean doit donner 38 € à Paul.

Combien restera-t-il d'argent à Jean ?

	5	
	$\cancel{6}$	12
-		
	3	8

Argent de Jean :



Jean donne 38 €
à Paul :

$$\begin{array}{rr} \overset{5}{\cancel{6}} & {}^{1}2 \\ - \; 3 & 8 \\ \hline 2 & 4 \end{array}$$

Argent de Jean
à la fin :

Dominique Pernoux

Mise en place d'une technique

2- Méthode « traditionnelle »

Exemple de soustraction avec retenue

« Méthode traditionnelle »

(L'objectif de cette présentation est uniquement de rappeler à l'enseignant ce qu'on fait quand on pose une soustraction)

Jean a 62 € :

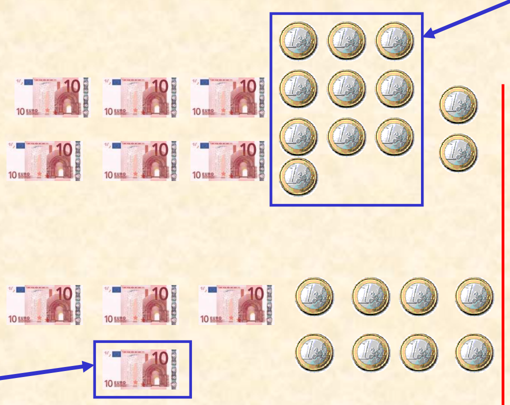
Paul a 38 € :

Quelle est la différence entre les deux sommes d'argent ?

$$
\begin{array}{r}
6\quad 2 \\
-\;3\quad 8 \\
\hline
?
\end{array}
$$

Jean a 62 € :

Paul a 38 € :



Sa grand-mère donne 10€ à Jean

Sa grand-mère donne 10€ à Paul

Jean et Paul ont chacun 10€ de plus.

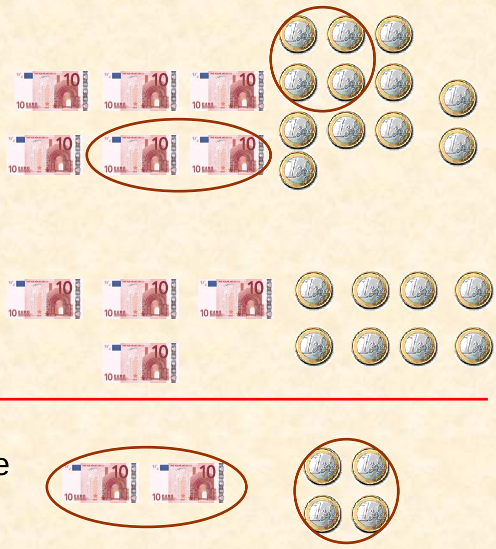
La différence n'a pas changé.

6	12
-	
3	8
1	
?	

La différence n'a pas changé

Jean a 62 € :

Paul a 38 € :



La différence vaut : 24 €

6	12
-	
3	8
1	
2	4

D. Pernoux

Dominique Pernoux

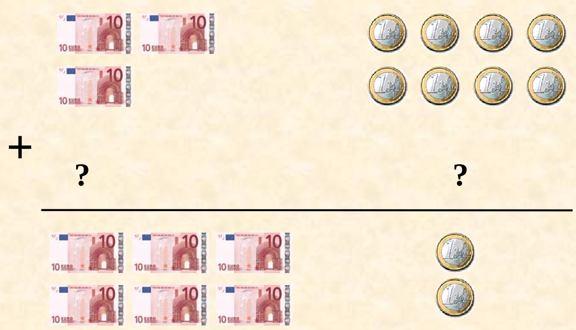
Mise en place d'une technique

3- Méthode par « complément »

Georges a 38 € :

Combien lui manque-t-il d'argent pour acheter un lecteur mp3 coûtant 62 € ?

1°) On peut résoudre le problème en utilisant une « addition à trous » :



	3	8
+		
	?	?
	6	2

4 → 1 (3) 8

\+ 2 4

6 2

Je cherche si on peut ajouter quelque chose à 8 pour arriver à 2.

Ce n'est pas possible.

Je pense à l'addition avec retenue.

Je cherche si on peut ajouter quelque chose à 8 pour arriver à 12.

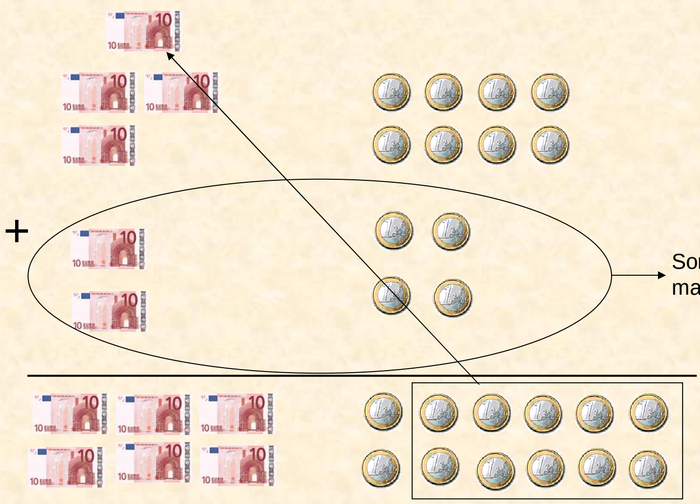
Je trouve qu'il faut ajouter 4 pour arriver à 12.

Je cherche si on peut ajouter quelque chose à 4 pour arriver à 6.

Je trouve qu'il faut ajouter 2 pour arriver à 6.

Il manque donc 24 € à Georges pour pouvoir acheter le lecteur mp3 à 62 €.

Vérification :



Somme d'argent qui manque à Georges.

2°) Ce problème peut aussi être résolu en posant une soustraction :

3 8	Argent de Georges	
+		
? ?	Ce qui manque à Georges	
6 2	Prix du lecteur mp3	

est remplacé par

6 2	Prix du lecteur mp3
-	
3 8	Argent de Georges
? ?	Ce qui manque à Georges

$$\begin{array}{r} 6\;\;2 \\ -\;\;3\;\;8 \\ \hline 2\;\;4 \end{array}$$

4 → 3 (1)

Je cherche si on peut ajouter quelque chose à 8 pour arriver à 2.

Ce n'est pas possible.

Je pense à la possibilité d'une retenue.

Je cherche si on peut ajouter quelque chose à 8 pour arriver à 12.

Je trouve qu'il faut ajouter 4 pour arriver à 12.

Je cherche si on peut ajouter quelque chose à 4 pour arriver à 6.

Je trouve qu'il faut ajouter 2 pour arriver à 6.

Il manque donc 24 € à Georges pour pouvoir acheter le lecteur mp3 à 62 €.

Roland Charnay

Eléments sur la soustraction (suite)

- **Mise en place d'une technique**

→La seule technique envisageable ? au CE1…

« cassage (ou démontage) de la centaine, de la dizaine »

Roland Charnay

Technique opératoire

POURQUOI ?

- **Par cassage, il suffit d'avoir assimilé les principes de « groupements – échanges ».**
- **La technique « classique » nécessite de connaître des propriétés de la soustraction.**

Technique opératoire

$$\begin{array}{rrr} & 3 & \\ & \cancel{4} & 15 \\ - & 2 & 8 \\ \hline & 1 & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{rrr} & 3 & \\ & \cancel{4} & 13 \\ - & 2 & 5 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr} & & 5 & \\ & 4 & \cancel{6} & 13 \\ - & & 4 & 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrr} & 7 & & \\ & \cancel{8} & 14 & 2 \\ - & & 6 & 2 \\ \hline \end{array}$$

45 – 28 = 17

43 – 25 =

463 – 47 =

812 – 62 =

Technique opératoire

- **Au CP, nous faisons le choix de ne travailler que sur les principes qui permettent de calculer une différence de cette façon.**
- **L’approche, en fin d’année, s’appuie donc sur une manipulation de matériel pour mettre en œuvre la décomposition d’une dizaine lorsque la soustraction directe des unités n’est pas possible.**
- **Mais, on ne va pas jusqu’à poser l’opération.**

Roland Charnay

Technique opératoire

- **Au CE1, la mise en place de cette technique est proposée au début du 2ème semestre en insistant sur sa compréhension.**

- **Le choix de cette technique a également pour conséquence que le travail sur l'addition posée à trous et sur le calcul réfléchi de différences avec des nombres importants peut être un peu allégé.**

Roland Charnay

Technique opératoire

Exemple de première approche au CP

- **Situation de départ :**

Arthur dispose de billes.

l- des billes réunies en boîtes de 10 (boîtes fermées ou dessinées au tableau)

2- des billes isolées (pas plus de 9 isolées).

Il doit donner un certain nombre de billes à Zoé.

Comment peut-il faire et combien lui en restera-t-il ?

Technique opératoire

- **Exemple de première approche au CP**

  Progression

- **Étape 1** Avec 36 billes… des questions posées à la classe portant sur les unités d'abord (on enlève moins de 9)
- **Étape 2** Avec 45 billes… des questions posées à la classe portant sur des nombres plus grand à enlever.

Technique opératoire

- **Exemple de première approche au CE1**

  Situation de départ

- **Arthur dispose de cartes représentant des billes :**

- des cartes de 100 billes (maximum 9)

- des cartes de 10 billes (maximum 9)

- des cartes de 1 bille (maximum 9)

Il doit donner un certain nombre de billes à Zoé.

Comment peut-il faire et combien lui en restera-t-il ?

Des échanges sont possibles avec le meneur de jeu.

Roland Charnay

Technique opératoire

- **Exemple de première approche au CE1**

  Progression
- **Étape 1** : D'abord avec des nombres **inférieurs à 100** (seul échange possible 1 dizaine contre 10 unités)

  Puis avec des nombres **supérieurs à 100** (échange possible 1 centaine contre 10 dizaines).
- **Étape 2 :** Formalisation par un **calcul posé** en colonnes avec les nombres inférieurs à 100.
- **Étape 3 :** Formalisation par un **calcul posé** en colonnes avec les nombres compris entre 100 et 1000

Technique opératoire

- **Autre exemple :** dans Euro math. (85 étapes)
- **Au CP, dès l'étape 40 :** trois pistes de travail :
  - Jeu du dé rouge et bleu (sur piste)
  - Anticipation mentale de résultats
  - Compléter l'ardoise : additions à trous.
- **Etape 40 :** cartes et jeu du nombre cible (le compte est bon) → situations additives
- **Etape 61 :** travail des écritures additives autour de 10 (14 = 10 + …)

Technique opératoire

Toujours au CP :

- **La soustraction et l'addition sont présentées ensemble,** en différenciant par la taille des nombres.
- **Etape 75 : Premières additions posées**
- **Pas de tentatives de poser** la soustraction au CP.

Technique opératoire

Au CE1 : (95 étapes)

- **Etape 12 : situations de « boîte noire »,** variées (états ou actions à trouver)
- **Etape 14 : reprise du jeu de dés.** On y trouve aussi une table d'additions où il manque une « valeur de départ ».
- **Etape 21 : comparaison d'effectifs** (parking) → écart, différence.

Technique opératoire

Au CE1 : (95 étapes)

- **Etape 32 : « le compte est bon » :** des situations permettant aussi la soustraction.
- **Etape 38 : technique de l'addition.**
- Du travail sur le **sens des 3 opérations**
- **Pas de** soustraction posée**.**

EN CONCLUSION

- **On peut déterminer quatre étapes essentielles dans la pédagogie des mathématiques au cycle deux, dans la découverte d'une notion:**

  - La première étape vise bien entendu à <u>faire manipuler les élèves.</u>

  - La seconde doit leur <u>permettre de représenter</u> la situation grâce à une schématisation personnelle, même approximative.

  - La troisième vise à <u>produire une écriture mathématique</u> associée aux manipulations et les premières représentations.

  - Une <u>automatisation des procédures</u> est indispensable, laquelle peut prendre à nouveau appui sur la manipulation et la représentation.

NE PAS OUBLIER…

- Ce qui est valable pour tous les enseignements l’est aussi pour les mathématiques:

  - Les enseignements pratiqués visent à faire acquérir des connaissances, des capacités et des attitudes.

  - Il faut se doter d’indicateurs observables de la maîtrise de la compétence qui permettent d’évaluer les élèves.